

2024 年度福建省科学技术奖提名项目公示内容

高校（盖章）：福建师范大学

1. 项目名称： Lévy 噪音驱动随机系统的研究

2. 提名奖种： 福建省自然科学奖

3. 提名单位： 福建省教育厅

4. 项目简介：

本项目研究领域属于概率论中随机过程与随机分析，围绕 Lévy 噪音驱动随机系统展开。Lévy 分布源于概率论中的中心极限定理，Lévy 过程作为马氏过程与半鞅的典型代表，在随机过程理论中占据重要地位。不仅如此，Lévy 噪音驱动随机系统有效地描述具有长程依赖性的随机现象，已被广泛应用于物理、生物、金融等诸多领域。

在本项目中，我们进一步发展了 Lévy 噪音驱动随机系统的耦合方法，完整回答了陈木法院士关于“Lévy 过程马氏耦合算子”的公开问题，并得到了 Lévy 噪音驱动随机微分方程 (SDE) 对应半群的显式梯度估计、生成过程的指数遍历性，同时构造出适配于重尾分布抽样的 α -stable-Lévy 过程驱动 SDE。主要成果概述如下：

(1) 直接从 Lévy 过程的特征指数入手，突破传统相关研究的局

限,首次揭示了一大类纯跳 Lévy 过程的特征指数与半群一致梯度估计的本质联系 (代表作 1)。美国数学评论指出该结果“... are of interest in their own right”,国际同行认为该结果“strongly inspired”“interesting estimates”等。进一步,首次建立可加 Lévy 噪音驱动 SDE 半群的点点估计,克服 Bismut-Elworthy-Li 公式依赖于布朗运动鞅表示定理、Lévy 过程鞅表示定理过于复杂等困难 (代表作 5)。该方面的成果与方法已成为 Lévy 噪音驱动随机系统渐近性质的研究基础,后续研究成果被国际同行评价为“mostly inspired”“can be used to obtain Schauder estimate”等。

(2) 系统研究了 Lévy 噪音驱动 SDE 的耦合问题,首次构造出可乘情形的修正基本耦合,成功解决了该类方程较长一段时间悬而未决的耦合问题,并借此建立了生成过程的指数遍历性 (代表作 2)。美国数学评论认为该结果:“...the key novelty is that the coupling is not limited to...but allows for general...”。首次构造混合型渐近耦合,给出带 Lévy 跳 McKean-Vlasov 型 SDE 在 Wasserstein 距离意义下的指数遍历性,并刻画了 Lévy 跳平均场交互粒子系统关于时间一致的混沌传播行为特征 (代表作 3)。美国数学评论评价该结果:“The authors show, that covers and extends previously available results in the literature”。我们所构建并发展的耦合方法被评价为“well-developed methods”,后续相关研究结果被国际同行认为“optimality criteria for couplings”“significant interest”等。

(3) 首次构造出适用于重尾分布抽样的 α -stable 过程驱动 SDE

(非局部系统), 并严格建立解的存在唯一性, 给出对应过程在全变差意义下指数遍历的显式判别条件 (代表作 4)。该结果被机器学习、人工智能等多领域专家引用并评价 “rigorous theoretical results” “allow for much heavier tails” 等。我们的结果不仅丰富了 Lévy 噪音驱动随机系统遍历性理论, 也为分数阶 Langevin 蒙特卡罗算法提供了强有力的理论支撑。后续相关研究结果被国际同行认为 “permits sharp upper bounds” 等。

本项目的研究成果曾多次受邀在概率论及其相关领域的重要国际学术会议做过报告, 包括在国际 Bernoulli 学会主办的第 42 届 “Stochastic Processes and Their Applications” 国际会议上作 1 小时大会特邀报告、在第 14 届美国科学研究所动力系统、微分方程及其应用国际研讨会上做 30 分钟会议报告等。项目组先后主持多项国家自然科学基金项目, 负责 2 项国家重点研发计划课题。第一完成人曾于 2018 年获京津冀概率统计会议钟家庆优秀论文奖 (中国数学会); 第二完成人曾获得国家自然科学基金杰出青年基金项目、优秀青年基金项目。

5. 主要完成单位: 福建师范大学; 三明学院

6. 主要完成人及其贡献:

第一完成人黄璐静, 福建师范大学数学与统计学院副教授, 主要负责项目研究方案与技术路线的实施, 负责 Lévy 噪音驱动随机系统

在随机算法中的应用的的研究工作，对本项目主要贡献包括：与第二完成人合作完成重要科学发现（3），是代表作4的第一作者。

第二完成人王健，福建师范大学数学与统计学院教授，负责研究思路的总体把握，统筹协调项目的顺利完成，在本项目中主要负责 Lévy 噪音驱动随机系统半群的热核估计、过程指数遍历性的研究工作，是5篇代表作的通讯作者。

第三完成人梁明杰，三明学院信息工程学院副教授，负责研究 Lévy 噪音驱动随机系统的耦合及其相关问题的研究工作，对本项目主要贡献包括：与第二完成人合作完成重要科学发现（2），是代表作2、3的第一作者。

第四完成人吴炳耀，福建师范大学数学与统计学院讲师，主要负责 Lévy 噪音驱动 SDE 半群的热核估计的研究工作，对本项目主要贡献包括：与第二完成人合作完成重要科学发现（1）。

7. 代表性论文专著目录:

| 序号 | 论文专著名称 | 发表时间 | 第一作者 | 通讯作者 | 刊名, 卷, 期, 页码 |
|----|--|-------------|-------------------|------|--|
| 1 | Coupling property and gradient estimates of Lévy processes via the symbol | 2012 年 11 月 | René L. Schilling | 王健 | Bernoulli,18(4): 1128-1149. |
| 2 | Gradient estimates and ergodicity for SDEs driven by multiplicative Lévy noises via coupling | 2020 年 5 月 | 梁明杰 | 王健 | Stochastic Processes and their Applications, 130(5):3053-3094. |
| 3 | Exponential ergodicity for SDEs and McKean–Vlasov | 2021 年 8 月 | 梁明杰 | 王健 | Annales de l'Institut Henri Poincaré, Probabilités et |

| | | | | | |
|---|--|------------|-----|----|---|
| | processes with Lévy noise | | | | Statistiques, 57(3):1665-1701. |
| 4 | Approximation of heavy-tailed distributions via stable-driven SDEs | 2021 年 8 月 | 黄璐静 | 王健 | Bernoulli,27 (3): 2040-2068. |
| 5 | Non-uniform gradient estimates for SDEs with local monotonicity conditions | 2021 年 3 月 | 王健 | 王健 | Acta Mathematica Sinica,2021,37(3): 458-470 |

8. 其他支撑的论文目录:

| 序号 | 论文专著名称 | 发表时间 | 第一作者 | 通讯作者 | 刊名, 卷, 期, 页码 |
|----|--|------------|----------------|------|--|
| 1 | Coupling by reflection and Hölder regularity for non-local operators of variable order | 2019 年 1 月 | 罗德军 | 王健 | Transactions of the American Mathematical Society, 371(1):431-459. |
| 2 | Constructions of coupling processes for Lévy processes | 2011 年 6 月 | Björn Böttcher | 王健 | Stochastic Processes and their Applications, 121(6):1201-1216. |
| 3 | Refined basic couplings and Wasserstein-type distances for SDEs with Lévy noises | 2019 年 9 月 | 罗德军 | 王健 | Stochastic Processes and their Applications, 129(9):3129-3173. |
| 4 | A unified approach to coupling SDEs driven by Lévy noise and some applications | 2020 年 2 月 | 梁明杰 | 王健 | Bernoulli, 26(1): 664-693. |
| 5 | Strict Kantorovich contractions for Markov chains and Euler schemes with general noise | 2022 年 9 月 | 黄璐静 | 王健 | Stochastic Processes and their Applications, 151: 307-341. |